

Devoir surveillé n°1 de Mathématiques du premier semestre

Exercice 1 : (05 points)

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \left(\frac{5^3 \times 2^{-3}}{4 \times 25} \right)^{-2} : \frac{10^2 \times 5^{-3}}{28}; B = \frac{\frac{1}{1-\pi} + \frac{1}{1+\pi}}{1 - \frac{1}{1-\pi^2}}. \quad (02,5 \text{ pts})$$

2) Soit $t = -1 + \sqrt{2}$.

$$\text{Calculer } C = \frac{2t}{1-t^2}; D = \frac{t-t^2}{t^2-t^4}. \quad (02,5 \text{ pts})$$

Exercice 2 : (05 points)

On considère les réels :

$$x = \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}; y = \sqrt{6 + \sqrt{11}} - \sqrt{6 - \sqrt{11}}.$$

1) a) Montrer que x est négatif. (0,5 pt)

b) Calculer x^2 et en déduire une écriture simplifiée de x . (02 pts)

2) a) Montrer que y est positif. (0,5 pt)

b) Calculer y^2 et en déduire une écriture simplifiée de y . (02 pts)

Exercice 3 : (05 points)

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $||2x - 1| - 3| = 0;$ (01 pt)

b) $|5x - 3| = x + 1.$ (01,5 pt)

2) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a) $2x - x^2 - 1 + (x - 1)(3x + 4) < 0;$ (01 pt)

b) $\begin{cases} |5 - x| \geq 2 \\ |x + 1| < 5 \end{cases}.$ (01,5 pt)

Exercice 4 : (05 points)

1) Soit $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

a) Vérifier que $a^2 + a - 1 = 0$ et que $\frac{1}{a} = a + 1$. (01 pt)

b) Montrer que $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}} + \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = \sqrt{5}$. (01,5 pt)

2) Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que : $x + \frac{1}{x} = 7$.

a) Calculer $x^2 + \frac{1}{x^2}$. (01 pt)

b) Montrer que $x^3 + \frac{1}{x^3} = 322$. (01,5 pt)

Rigueur, Rapidité et Efficacité